Erwartungshorizont

Aufgabe 1

Auf der Definitionsmenge $\mathbb{D}_f = \mathbb{R}$ ist die reelle Funktion

$$f(x) = -\frac{1}{6}(x+4)^2(x-3)$$

gegeben. Ihr Graph wird wie üblich mit G_f bezeichnet.

a) Bestimme die Nullstellen der Funktion f mit den jeweiligen Vielfachheiten. (2 BE)

Die Funktion ist faktorisiert, damit lässt sich leicht ablesen:

- *doppelte Nullstelle bei* $x = -4$
- *einfache Nullstelle bei* $x = 3$

b) Ermittle Art und Koordinaten sämtlicher Extrem- und Wendepunkte des Graphen von f. (7 BE)

$$\begin{aligned} f(x) &= -\frac{1}{6}(x+4)^2(x-3) = -\frac{1}{6}\left(x^2+8x+16\right)(x-3) \\ &= -\frac{1}{6}\left(x^3+8x^2+16x-3x^2-24x-48\right) = -\frac{1}{6}\left(x^3+5x^2-8x-48\right) \\ f'(x) &= -\frac{1}{6}\left(3x^2+10x-8\right) \\ f''(x) &= -\frac{1}{6}(6x+10) \end{aligned}$$

Extrempunkte:

$$0 = -\frac{1}{6}\left(3x^2+10x-8\right) \quad \Leftrightarrow \quad x = \frac{-10 \pm \sqrt{100-4\cdot 3\cdot(-8)}}{6} = \frac{-10 \pm 14}{6}$$

$$x_1 = \frac{-10-14}{6} = \frac{-24}{6} = -4 \quad , \quad x_2 = \frac{-10+14}{6} = \frac{4}{6} = \frac{2}{3}$$

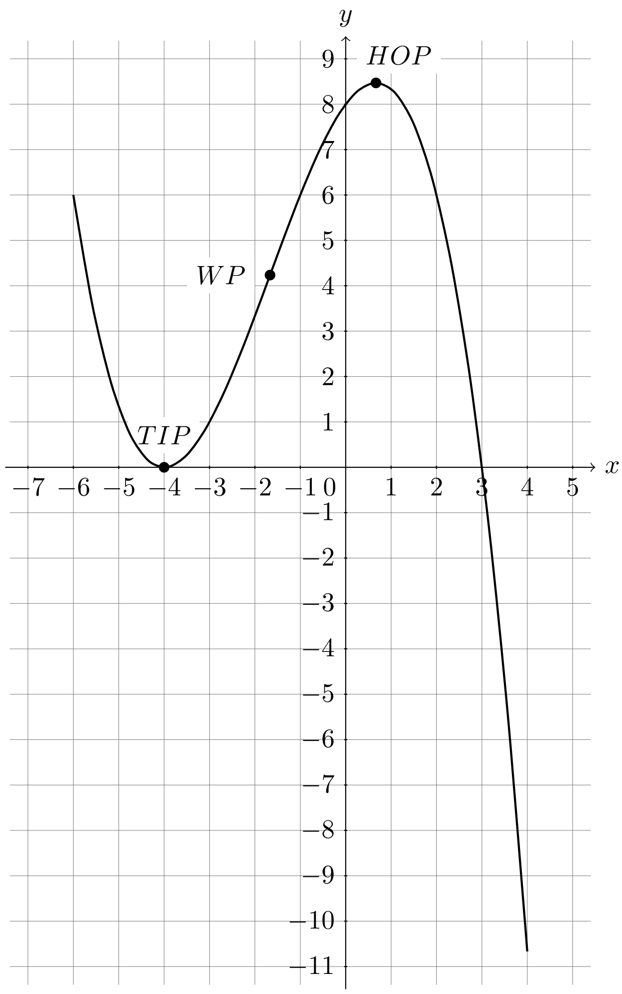
$$f''(-4) = \frac{7}{3} > 0, \quad f''\left(\frac{2}{3}\right) = -\frac{7}{3} < 0 \quad \Rightarrow \quad TIP\,(-4\,|0)\,, \quad HOP\left(\frac{2}{3}\,\middle|\,\frac{686}{81}\right) \approx \left(\frac{2}{3}\,\middle|\,8,47\right)$$

Wendepunkt:

$$0 = -\frac{1}{6}(6x+10) \quad \Leftrightarrow \quad x = -\frac{5}{3} \quad \Rightarrow \quad WP\left(-\frac{5}{3}\,\middle|\,\frac{343}{81}\right) \approx \left(-\frac{5}{3}\,\middle|\,4,23\right)$$

c) Zeichne G_f unter Berücksichtigung der bisherigen Ergebnisse – und Berechnung weiterer sinnvoller Funktionswerte – im Bereich $-6 \leq x \leq 4$. (4 BE)

$$f(-6) = -\frac{1}{6}(-2)^2(-9) = \frac{36}{6} = 6 \quad , \quad f(4) = -\frac{1}{6}\cdot 8^2 \cdot 1 = -\frac{32}{3} \approx -10,67$$



Aufgabe 2

Das Navi-Gen

Forscher glauben, das Gen für die Orientierung gefunden zu haben. Um ihre Vermutung zu testen, schicken sie Ratten mit und Ratten ohne dieses "Navi-Gen" in ein Labyrinth, das sie den Ratten vorher kurz von oben zeigen.

Insgesamt treten 86 Ratten in dem Versuch an, 48 davon verlaufen sich hoffnungslos. Von denen die das Ziel finden und Käse knabbern, haben 28 tatsächlich das "Navi-Gen". 6 Ratten haben sich verlaufen obwohl sie ein genetisches "Navi" hatten.

Stelle den Versuch in einer Vierfeldertafel mit relativen Häufigkeiten dar! (3 BE)

	G	$\bar{G}$	Σ
Z	$\frac{28}{86} = 0,33$	$\frac{10}{86} = 0,11$	$\frac{38}{86} = 0,44$
$\bar{Z}$	$\frac{6}{86} = 0,07$	$\frac{42}{86} = 0,49$	$\frac{48}{86} = 0,56$
Σ	$\frac{34}{86} = 0,40$	$\frac{52}{86} = 0,60$	$\frac{86}{86} = 1,00$

Aufgabe 3

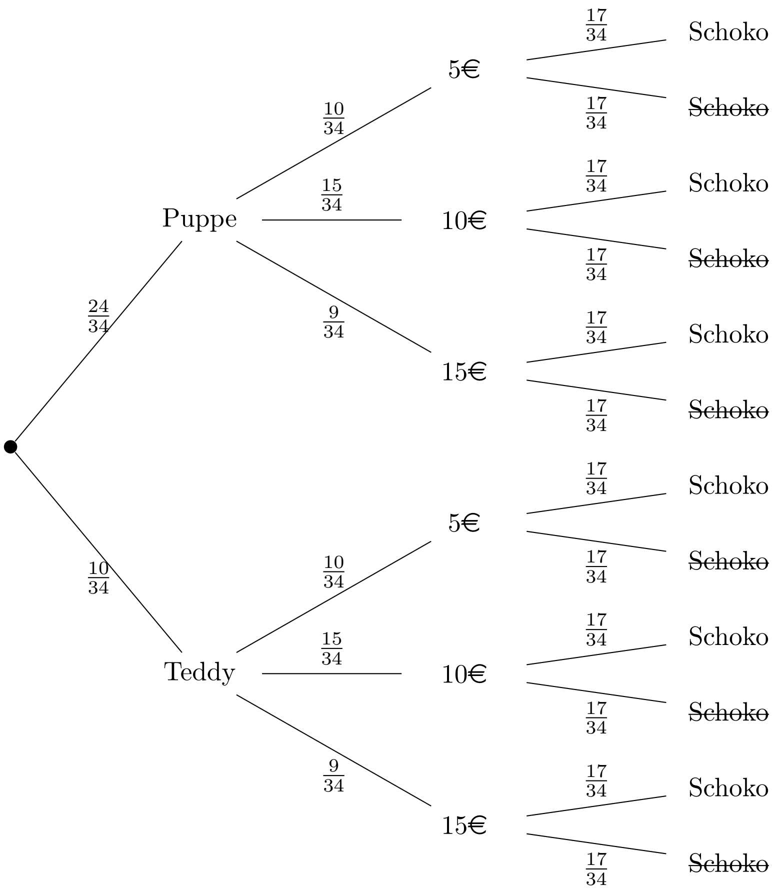
Uropa Heinz hatte Pech. Obwohl er alle 34 fertig verpackten Weihnachtsgeschenke gut nach Hause gebracht hat und die Geldgeschenke erfolgreich in die 34 kleinen Umschläge gestopft hat, hat er vergessen, das ganze zu beschriften.
Nun sitzt er vor den Päckchen und Kuverts und weiß nur noch, dass in 10 von den Geschenken Teddybären sind und in den anderen Puppen (er hat mehr Enkelinnen als Enkel, zumindest als er das letzte mal gezählt hat). In den Kuverts befinden sich zehn mal 5 Euro, 15 mal 10 Euro und neun mal 15 Euro.
In seiner Verlegenheit kombiniert er die Päckchen zufällig mit den Kuverts und legt auf einige noch eine kleine Tafel Schokolade (er hat noch 17 kleine Tafeln im Schrank, für Notfälle und Spontanbesuche).

Stelle die möglichen Kombinationen mit einem Baumdiagramm dar! Gib den Ergebnisraum und die Wahrscheinlichkeiten für die einzelnen Ergebnisse und die Ereignisse

A = “im Kuvert sind 15 Euro und man bekommt Schokolade”

B = “man bekommt eine Puppe und keine Schokolade”

an. (6 BE)



$P(P5S) = \frac{12}{17} \cdot \frac{10}{34} \cdot \frac{1}{2} = \frac{120}{1156}$

$P(P5\bar{S}) = \frac{12}{17} \cdot \frac{10}{34} \cdot \frac{1}{2} = \frac{120}{1156}$

$P(P10S) = \frac{12}{17} \cdot \frac{15}{34} \cdot \frac{1}{2} = \frac{180}{1156}$

$P(P10\bar{S}) = \frac{12}{17} \cdot \frac{15}{34} \cdot \frac{1}{2} = \frac{180}{1156}$

$P(P15S) = \frac{12}{17} \cdot \frac{9}{34} \cdot \frac{1}{2} = \frac{108}{1156}$

$P(P15\bar{S}) = \frac{12}{17} \cdot \frac{9}{34} \cdot \frac{1}{2} = \frac{108}{1156}$

$P(T5S) = \frac{5}{17} \cdot \frac{10}{34} \cdot \frac{1}{2} = \frac{50}{1156}$

$P(T5\bar{S}) = \frac{5}{17} \cdot \frac{10}{34} \cdot \frac{1}{2} = \frac{50}{1156}$

$P(T10S) = \frac{5}{17} \cdot \frac{15}{34} \cdot \frac{1}{2} = \frac{75}{1156}$

$P(T10\bar{S}) = \frac{5}{17} \cdot \frac{15}{34} \cdot \frac{1}{2} = \frac{75}{1156}$

$P(T15S) = \frac{5}{17} \cdot \frac{9}{34} \cdot \frac{1}{2} = \frac{45}{1156}$

$P(T15\bar{S}) = \frac{5}{17} \cdot \frac{9}{34} \cdot \frac{1}{2} = \frac{45}{1156}$

$$\Omega = \{P5S, P5\bar{S}, P10S, P10\bar{S}, P15S, P15\bar{S}, T5S, T5\bar{S}, T10S, T10\bar{S}, T15S, T15\bar{S}\}$$

$$P(A) = P(\{P15S, T15S\}) = P(P15S) + P(T15S) = \frac{108}{1156} + \frac{45}{1156} = \frac{153}{1156} = \frac{9}{68} \approx 0,13$$

$$\begin{aligned} P(B) &= P(\{P5\bar{S}, P10\bar{S}, P15\bar{S}\}) = P(P5\bar{S}) + P(P10\bar{S}) + P(P15\bar{S}) \\ &= \frac{120}{1156} + \frac{180}{1156} + \frac{108}{1156} = \frac{408}{1156} = \frac{6}{17} \approx 0,35 \end{aligned}$$