Übungen 2

Aufgabe 12

a) $m = \frac{-2-2}{k-0} = -\frac{4}{k} \Rightarrow k \in \mathbb{R} \setminus \{0\}$
Punktsteigungsform: $f_k(x) = m(x - x_P) + y_P = -\frac{4}{k}(x-0) + 2 = -\frac{4}{k}x + 2$

b) S_y kann man einfach am y-Achsenabschnitt ablesen: $S_y = P(0|2)$

S_x: $0 = -\frac{4}{k}x + 2 \Leftrightarrow \frac{4}{k}x = 2 \Leftrightarrow x = \frac{k}{2}$, also $S_x\left(\frac{k}{2}|0\right)$

c) Da die Steigung m nie 0 sein kann, gibt es keine Parallele zur x-Achse.

Für $m = -\frac{4}{k} = 1$, also $k = -4$ ist die zugehörige Gerade $f_{-4}(x) = x + 2$ parallel zur Winkelhalbierenden des ersten und dritten Quadranten.

d) Senkrecht auf $m_h = -4$ bedeutet $m = \frac{-1}{-4} = \frac{1}{4}$, also $k = -16$: $f_{-16}(x) = \frac{1}{4}x + 2$.

e) Die Gerade h schneidet die y-Achse bei $y = 3$ (y-Achsenabschnitt) also muss g die y-Achse bei $y = -3$ schneiden: $g(x) = -4x - 3$

f) Ja, denn sie verlaufen alle durch den Punkt $P(0|2)$.

Aufgabe 13

a) Die Nullstelle bei $x = 5$ entspricht dem Punkt $R(5|0)$.

$m = \frac{3-0}{1-5} = -\frac{3}{4} \Rightarrow$ Punktsteigungsform: $g(x) = -\frac{3}{4}(x-1) + 3 = -\frac{3}{4}x + \frac{15}{4}$

b) – gestrichen –

c) Wenn Q unter g liegen soll, muss sein y-Wert kleiner sein, als der y-Wert von g an der Stelle $x = 3$, also $q < g(3)$ bzw. $q < \frac{3}{2}$

Aufgabe 14

a) Parallel bedeutet gleiche Steigung: $p_a(x) = -\frac{2}{3}x + a, a \in \mathbb{R}$

b) Gleicher Schnittpunkt mit der y-Achse heißt gleicher y-Achsenabschnitt: $h_b(x) = bx + 1, b \in \mathbb{R}$

Aufgabe 15

a)

$$\begin{aligned} 1 &= (m-1)4 + 2m \\ 1 &= 4m - 4 + 2m \\ 5 &= 6m \\ \frac{5}{6} &= m \end{aligned}$$

$$\Rightarrow f_{\frac{5}{6}}(x) = -\frac{1}{6}x + \frac{5}{3}$$

b) Senkrecht auf $m_h = -2$ bedeutet $m_f = -\frac{1}{-2} = \frac{1}{2}$. Da die Geraden der Schar die Steigung $m_f = (m-1)$ haben, muss also $m - 1 = \frac{1}{2}$ und damit $m = \frac{3}{2}$ gelten:

$$f_{\frac{3}{2}}(x) = \frac{1}{2}x + 3$$

c) S_y kann man ablesen: $S_y(0|2m)$

S_x:

$$\begin{aligned}(m-1)x+2m &= 0\\ (m-1)x &= -2m\\ x &= \frac{-2m}{m-1}, \text{ falls } m \neq 1\end{aligned}$$

Also $S_x(-\frac{2m}{m-1}|0)$ falls $m \neq 1$. Im Fall $m = 1$ ist $f_1(x) = 2$ und verläuft echt parallel zur x-Achse.

d)

$$\begin{aligned}(m-1)x+2m &= (b-1)x+2b\\ (m-1)x-(b-1)x &= 2b-2m\\ mx-x-bx+x &= 2(b-m)\\ mx-bx &= 2(b-m)\\ (m-b)x &= 2(b-m)\\ x &= 2\underbrace{\frac{(b-m)}{(m-b)}}_{=-1}\\ x &= -2\end{aligned}$$

Alle Geraden der Schar schneiden sich offenbar bei $x = -2$. Der zugehörige y-Wert ist $f_m(-2) = (m-1)(-2)+2m = 2$. Also hat der Büschelpunkt B die Koordinaten $B(-2|2)$.

Aufgabe 16

a)

$$\begin{aligned}-3 &= (2k-1)1+k\\ -3 &= 2k-1+k\\ -2 &= 3k\\ -\frac{2}{3} &= k\end{aligned}$$

$$\Rightarrow g_{-\frac{2}{3}}(x) = -\frac{7}{3}x - \frac{2}{3}$$

b) Parallel zur Winkelhalbierenden I/III heißt $m = 1$, also $2k-1 = 1$ bzw. $k = 1$.

c) Der Schnittpunkt mit der y-Achse lässt sich ablesen: $S_y(0|k)$

S_x: $0 = (2k-1)x + k \Leftrightarrow (2k-1)x = -k \Leftrightarrow x = \frac{-k}{2k-1}$, falls $2k-1 \neq 0$, d.h. $k \neq \frac{1}{2}$. Damit folgt $S_x\left(\frac{-k}{2k-1}|0\right)$, falls $k \neq \frac{1}{2}$ und falls $k = \frac{1}{2}$ ist $g_{\frac{1}{2}} = \frac{1}{2}$ echt parallel zur x-Achse.

d)

$$\begin{aligned}
(2k-1)x+k &= (2b-1)x+b \\
(2k-1)x-(2b-1)x &= b-k \\
2kx-x-2bx+x &= b-k \\
2kx-2bx &= b-k \\
2(k-b)x &= b-k \\
2x &= \underbrace{\frac{(b-k)}{(k-b)}}_{=-1} \\
x &= -\frac{1}{2}
\end{aligned}$$

Alle Geraden der Schar schneiden sich offenbar bei $x = -\frac{1}{2}$. Der zugehörige y-Wert ist $g_k(-\frac{1}{2}) = (2k-1)(-\frac{1}{2}) + k = \frac{1}{2}$. Also hat der Büschelpunkt B die Koordinaten $B(-\frac{1}{2}|\frac{1}{2})$.